# الرياضيات

## الصف الحادي عشر- الفرع الأدبي

## الفصل الدراسي الأول

11

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

نور محمد حسان

إبراهيم عقله القادري

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

قـرَّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هـذا الكتـاب في مـدارس المملكـة الأردنيـة الهاشـمية جميعهـا، بناءً عـلى قرار المجلـس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج في جلسـته رقـم (2021/3)، تاريـخ 2021/6/30 م، وقرار مجلـس التربيـة والتعليم رقـم (2021/112)، تاريـخ 2021/6/30 م، بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2021 / 2022 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2021.
- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
**ISBN: 978 - 9923 - 41 - 365 - 4**

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2056)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيـات: الصـف الحادي عشـر: الفرع الأدبـي: كتاب التماريـن: الفصل الدراسـي الأول/ المركـز الوطني لتطويـر المناهج –ط2؛

مزيـدة ومنقحة.– عمـان: المركز، 2022

(36) ص.

ر.إ.: 2022/4/2056

**الواصفات: / تدريس الرياضيات/ / أساليب التدريس/ / المناهج / / التعليم الثانوي/**

يتحمل المُؤلِّف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنَّفه، ولا يُعبِّر هذا المُصنَّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise , without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.
British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

**الطبعة الأولى (التجريبية)** 1442 هـ / 2021 م

**أعيدت طباعته** 2022 م – 2023 م

**أعزّاءنا الطلبة ...**

يحتوي هذا الكتاب على تمارين مُتنوِّعة أُعِدَّت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي تُعَدُّ استكمالًا للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلَّمونها في كل درس، وتُنمّي مهاراتكم الحسابية.

قد يختار المُعلِّم/ المُعلِّمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم بعضها الآخر لكي تحلّوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

أمّا الصفحات التي تحمل عنوان (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة ، فإنَّها تساعدكم على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ ما يُعزِّز قدرتكم على متابعة التعلُّم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

قد لا يتوافر فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة خطوات الحلِّ جميعها ؛ لذا يُمكِن استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلُّمًا ممتعًا ومُيسَّرًا.

**المركز الوطني لتطوير المناهج**

# قائمة المحتويات

## الوحدة ① البرمجة الخطية


**أستعد لدراسة الوحدة** ..... **6**

**الدرس 1** حَلُّ المتباينة الخطية بمتغيرين بيانيًّا ..... 10

**الدرس 2** حَلُّ نظام متباينات خطية بمتغيرين بيانيًّا ..... 11

**الدرس 3** البرمجة الخطية ..... 12


## الوحدة ② مبدأ العَدِّ والتباديل والتوافيق


**أستعد لدراسة الوحدة** ..... **13**

**الدرس 1** مبدأ العَدِّ الأساسي ..... 16

**الدرس 2** مضروب العدد ..... 17

**الدرس 3** التباديل ..... 18

**الدرس 4** التوافيق ..... 19

# قائمة المحتويات

## الوحدة ③ الاحتمالات


**أستعد لدراسة الوحدة** ..... **20**

**الدرس 1** الاحتمال بالتباديل والتوافيق ..... 26

**الدرس 2** المتغير العشوائي ..... 27

**الدرس 3** احتمال المتغير العشوائي ..... 28

**الدرس 4** توقُّع المتغير العشوائي ..... 29

**أوراق الرسم البيانيّ** ..... 30

**أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.**

## • كتابة متباينة خطية بمتغير واحد تمثل جملة معطاة (الدرس 1)

**أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي:**

1. عدد مضاف إليه 7 أكبر من 20
2. ثُلثا عدد مطروحًا منه 5 لا يزيد على 15
3. عدد مطروح منه 9 أكبر من $-5$
4. أربعة أمثال مجموع عدد مع 5 أكبر من 2
5. العدد 6 أقل من أو يساوي مجموع عدد و15
6. خُمس عدد مضافًا إليه 3 لا يقل عن عشر العدد مضافًا إليه 8
7. العدد 8 مطروحًا منه مثلَي عدد ما أكبر من 20
8. ثلاثة أمثال عمر سلمى بالسنوات مضافًا إليه 12 لا يزيد عن 18

**مثال: أكتب المتباينة التي تمثل كل جملة مما يأتي:**

**a) عدد مطروح منه 4 أكبر من 120**

المتغير: ليكن $h$ يمثل العدد.

المتباينة: $h - 4 > 120$

**b) نصف عدد طلبة صفي مطروحًا منه 10 لا يقل عن 6**

المتغير: ليكن $n$ يمثل عدد طلبة صفي.

المتباينة: $\frac{1}{2}n - 10 \geq 6$

## • حَلُّ المتباينات الخطية بمتغير واحد (الدرس 1)

**أحلّ المتباينتين الخطيتين الآتيتين:**

9. $2x + 3 \leq 7x - 2$
10. $9x - 8 > 2(3x + 8)$

**مثال: أحلّ المتباينة الخطية: $8x - 5 \leq 4x + 7$**

| | |
|---|---|
| المتباينة الخطية | $8x - 5 \leq 4x + 7$ |
| بطرح $4x$ من الطرفين | $4x - 5 \leq 7$ |
| بجمع العدد 5 للطرفين | $4x \leq 12$ |
| بقسمة الطرفين على العدد 4 | $x \leq 3$ |
| مجموعة الحَلِّ | $(-\infty, 3]$ |

- **استعمال المتباينات الخطية بمتغير واحد للتعبير عن موقف حياتي، وحلها** (الدرس 1)

11 **تسويقٌ:** ترغب ريم في الإعلان عن منتجات شركتها على موقع إلكتروني مقابل 10 JD شهريًّا، إضافة إلى 0.05 JD عن كل من يزور موقع الإعلان. أجد أقل عدد من الزيارات الشهرية لموقع الإعلان ليكون المبلغ الشهري الذي يتقاضاه الموقع الإلكتروني من شركة ريم 100 JD على الأقل.

12 **صناعة:** يمتلك كرم معملًا لإنتاج الطاولات تكلفة تشغيله الأسبوعية 270 JD، إضافة إلى 60 JD لإنتاج الطاولة الواحدة. يبيع كرم الطاولة الواحدة بمبلغ 150 JD. أكتب متباينة يمكن استخدامها لتحديد عدد الطاولات التي يجب إنتاجها وبيعها لتحقيق ربح أسبوعي، وأحلّ المتباينة.

**مثال: مصاعد: يبلغ الحد الأقصى لحمولة مصعد في البناية التي يسكن فيها هشام 400 kg إذا أراد هشام تحميل مجموعة من الصّناديق كتلة الواحد منها 20 kg، فما أكبر عدد من الصناديق يمكن له تحميلها في المصعد بأمان؟ علمًا بأنّ كتلة هشام 80 kg**

**بالكلمات** كتلة هشام وكتلة الصناديق أقل من أو يساوي 400

**المتغير** ليكن $x$ عدد الصناديق، إذن كتلة الصناديق $20x$

**المتباينة** $80 + 20x \leq 400$

| | |
|---|---|
| المتباينة الأصلية | $80 + 20x \leq 400$ |
| أطرح 80 من طرفي المتباينة | $80 - 80 + 20x \leq 400 - 80$ |
| أقسم طرفي المتباينة على 20 | $\frac{20x}{20} \leq \frac{320}{20}$ |
| أبسط | $x \leq 16$ |

إذن، يمكن لهشام تحميل 16 صندوقًا كحد أقصى في المصعد.

## • استعمال المتباينات الخطية بمتغيرين للتعبير عن موقف حياتي (الدرس 1)

13 **نجارة:** إذا علمت أن نجارًا يريد شـراء نوعين من الخشـب، لا يزيد ثمنهما الكلي علـى 72 JD ووُجِد أن ثمن المتر الطولـي من النـوع الأول 4 JD، ومن النوع الثاني 6 JD، فأكتب متباينة خطيّة بمتغيّرين تمثل كميّة الخشـب التي يمكن للنّجار شراؤها من كلّ نـوع.

14 **تسـوق:** تريد سامية شراء العنب والتّفاح، بحيث لا يزيد المبلغ الذي تدفعه ثمنًا لكلا النّوعين على 6 JD إذا كان ثمن الكيلوغـرام الواحد من العنب 1.5 JD، وثمن الكيلوغرام الواحـد من التفاح 1 JD، فأكتب متباينة خطية بمتغيرين تمثل عدد الكيلوغرامات التي يمكن لسامية أن تشتريها من كل نوع.

**مثال: إذا علمت أنّ لدى عمّار 60 دقيقةً على الأكثر لإنهاء الواجب المنزلي لمادتي الرياضيات والعلوم، فأكتب متباينة خطية بمتغيرين تمثل عدد الدقائق التي يمكن أن يقضيها عمار في حل كل واجب.**

يمكنني اتباع الإجراءات الآتية، لكتابة المتباينة المطلوبة:

**بالكلمات:** عدد الدقائق اللازمة لإنهاء الواجب المنزلي على الأكثر 60 دقيقة.

**أختـار متغيرًا:** ليكن $x$ ممثلًا لعـدد الدقائق اللازمة لإنهاء واجب الرياضيات، و $y$ عـدد الدقائق اللازمة لإنهاء واجب العلوم.

**أكتب المتباينة:** $x + y \leq 60$

## • تمثيل معادلة خطية بمتغيرين في المستوى الإحداثي (الدرس 1)

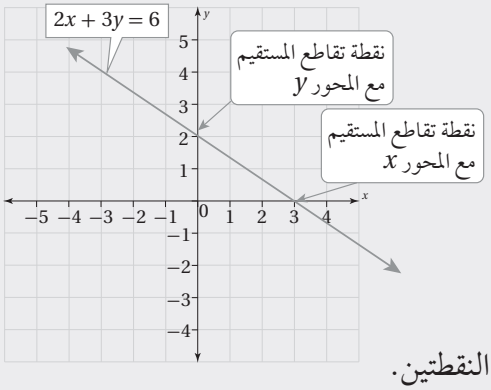
**أمثّل كلًّا من المعادلات الآتية في المستوى الإحداثي:**

15 $x - 2y = 10$ 16 $3x + y = 27$ 17 $-7x - 2y = -14$

**مثال:** أمثّل المعادلة: $2x + 3y = 6$ في المستوى الإحداثي.

لتمثيل المعادلة الخطية، أجد نقطة تقاطع المستقيم مع المحور $x$ بتعويض $y = 0$، ثم أجد نقطة تقاطعه مع المحور $y$، بتعويض $x = 0$:

| | |
|---|---|
| بتعويض $y = 0$ في المعادلة | $2x + 3(0) = 6$ |
| بالتبسيط | $x = 3$ |
| بتعويض $x = 0$ في المعادلة | $2(0) + 3y = 6$ |
| بالتبسيط | $y = 2$ |




إذن، نقطة تقاطع المستقيم مع المحور $x$ هي $(3, 0)$، ونقطة تقاطعه مع المحور $y$ هي $(0, 2)$.

لتمثيل المعادلة بيانيًّا، أرسم في المستوى الإحداثي مستقيمًا يمرُّ بهاتين النقطتين.

## • حَلُّ نظام مُكوَّن من معادلتين خطيتين بطريقة الحذف (الدرس 3)

**أحلّ أنظمة المعادلات الخطية الآتية بطريقة الحذف:**

18 $x + y = 5$
$x - y = 1$

19 $2x + y = 9$
$x - y = 0$

20 $x - y = 5$
$x + 2y = -1$

**مثال:** أحلّ نظام المعادلات الخطية الآتي بطريقة الحذف:

$$2x + y = 4$$
$$x + 3y = 7$$

| | |
|---|---|
| المعادلة الأولى | $2x + y = 4$ |
| بضرب المعادلة الثانية في العدد 2 | $2x + 6y = 14$ |
| بطرح المعادلتين | $-5y = -10$ |
| بقسمة طرفي المعادلة على العدد $-5$ | $y = 2$ |
| بتعويض قيمة $y$ في المعادلة الثانية | $x + 3(2) = 7$ |
| بطرح العدد 6 من الطرفين | $x = 1$ |
| حَلُّ النظام | $(1, 2)$ |

الدرس 1

# حَلُّ المتباينة الخطية بمتغيرين بيانيًّا
# Solving Linear Inequality in Two Variables Graphically

**أحدّد إذا كان الزوج المرتّب يمثّل حلًّا للمتباينة: $2x - 8y \geq -6$ في كلٍّ ممّا يأتي:**

1. $(1 , 1)$
2. $(0 , 3)$
3. $(2 , -3)$

4. أحدّد المتباينة الخطية التي يمثّل الزوج $(-1, 2)$ حَلًّا لها ممّا يأتي:

$5x - y > -2$ | $2x + 3y \geq 4$ | $x + y < 1$

**أمثّل كلًّا من المتباينات الخطية الآتية في المستوى الإحداثي:**

5. $7x - 2y < 5$
6. $-6x + 4y \geq -2$
7. $5x + 7y \leq 3$
8. $-x - y > -1$
9. $x - 9y \geq -6$
10. $-4x - 7y < 8$

11. **طلاء:** أراد زياد شراء نوعين من ألوان الطلاء، سعر النوع الأول دينار واحد لكل كيلوغرام، وسعر النوع الثاني 1.25 دينار لكل كيلوغرام. كم كيلوغرامًا من كل نوع سيشتري زياد إذا كان معه 6 دنانير؟

12. **مطاعم:** يبيع مطعم للوجبات السريعة نوعين من الوجبات، سعر النوع الأول 4 دنانير، وسعر النوع الثاني 3 دنانير. أجد عدد الوجبات التي يجب بيعها من كل نوع يوميًّا، بحيث لا يقل سعرها عن مصروفات المطعم اليومية التي تبلغ 750 دينارًا.

13. **صناعة:** يُنتِج مصنع نوعين من أنابيب الماء، سعر النوع الأول ديناران للمتر، وسعر النوع الثاني 1.5 دينار للمتر. أجد عدد الأمتار التي يُمكِن إنتاجها من كل نوع، بحيث لا تقل إيرادات المصنع عن 3200 دينار يوميًّا.

14. تُستعمَل 18 kg من مادة البلاستيك لصنع خزّان مياه صغير، وتُستعمَل 40 kg من المادة نفسها لصنع خزّان مياه كبير. أجد عدد الخزّانات الصغيرة والكبيرة التي يُمكِن صنعها باستعمال 1000 kg من مادة البلاستيك.

الدرس
2

# حَلُّ نظام متباينات خطية بمتغيرين بيانيًّا
# Solving System of Linear Inequalities in Two Variables Graphically

**أمثّل منطقة حَلِّ كلٍّ من أنظمة المتباينات الآتية، ثم أتحقّق من صحة الحلّ:**

**1** $7x - 5y > 1$
$x + 3y < 1$

**2** $-8x - 5y \leq -3$
$2x + 7y < 6$

**3** $4x - 8y \geq 5$
$-2y + x < -3$

**4** $9x + 3y \leq 6$
$3x + y \geq 2$

**5** $-x - y \leq 2$
$7x - 6y \geq 4$
$2x + 5y > 4$

**6** $9x + y < 8$
$4x + 3y \geq 6$
$-8x + y \geq -5$

**7** $x - 3y < 1$
$2x - 6y \geq 5$
$4x - 12y \geq 9$

**8** $-6x - 3y \geq -12$
$3x + \frac{3}{2}y \geq 6$
$x + \frac{1}{2}y \leq 2$

**عمل خيري: مع حاتم 20 دينارًا، أراد أنْ يشتري بها نوعين من وجبات الإفطار في شهر رمضان للتصدُّق بها، فوجد أنَّ سعر النوع الأول $(A)$ هو 1.5 دينار، وسعر النوع الثاني $(B)$ هو ديناران، وقد قرَّر شراء أكثر من 9 وجبات من كلا النوعين:**

**9** أكتب نظام المتباينات الخطية الذي يمثّل عدد الوجبات التي يُمكِن لحاتم شراؤها من كلا النوعين.

**10** أمثّل نظام المتباينات بيانيًّا.

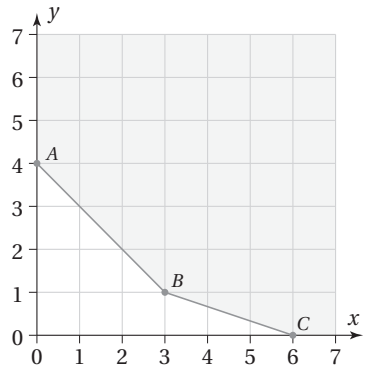
**11** أجد ثلاثة حلول مُمكِنة لنظام المتباينات الآتي:

$$x + y \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$x \geq 0$$

# البرمجة الخطية
# Linear Programming



**1** إذا كان التمثيل البياني للقيود الآتية كما في الشكل المجاور، فأجد إحداثيي النقطة $(x\,,\,y)$ التي تجعل الاقتران: $Q = 4\,x + 2\,y$ أصغر ما يُمكِن:




$$x + y \geq 4$$
$$x + 3y \geq 6$$
$$x \geq 0\,,\, y \geq 0$$

**2** أجد إحداثيي النقطة $(x\,,\,y)$ التي تجعل الاقتران: $W = x + 2\,y$ أكبر ما يُمكِن ضمن القيود الآتية:

$$x + y \leq 20$$
$$2\,x + y \leq 30$$
$$x \geq 0\,,\, y \geq 0$$

**3** **درّاجات هوائيــة:** يُنتِج مصنع نوعين من الدرّاجــات الهوائية $A, B$. ويُبيِّن الجدول المجاور عدد الساعات التي يستغرقها إنتاج كلٍّ من النوعين في أقسام المصنع الثلاثة. إذا كان عدد ســاعات العمل الأســبوعية في كل قسم لا يزيد على 40 h للتجميــع، و 48 h للدهان، و 13 h للتغليف، وكان ربح الدرّاجة الواحدة المَبيعة 45 دينارًا للنــوع $A$، و30 دينارًا للنوع $B$، فكم درّاجة من كل نوع يتعيَّن على المصنع إنتاجها أسبوعيًّا لتحقيق أكبر ربح مُمكِن؟

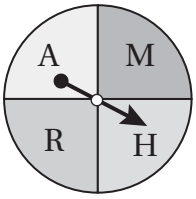
| القسم | النوع $A$ | النوع $B$ |
|---|---|---|
| التجميع | 2 h | 2 h |
| الدهان | 4 h | 1 h |
| التغليف | 1 h | 0.5 h |

**4** **صالــة زفاف:** أرادت فاطمة دعوة 250 شــخصًا إلــى حفل زفاف، وتعيَّن عليها اســتئجار طــاولات ليجلس حولها المدعوون. عرضت عليها صالة زفاف تأجيرها نوعين من الطاولات: طاولات مســتطيلة الشــكل تتسع لـ 6 أشخاص، وتبلغ تكلفة استئجارها 28 دينارًا، وطاولات دائرية الشكل تتسع لـ 10 أشخاص، وتبلغ تكلفة استئجارها 52 دينارًا. إذا كانت الصالة تســع 35 طاولة من كلا النوعين على الأكثر، وكان أكبر عدد يُمكِن توفيره من الطاولات المستطيلة الشكل 15 طاولة، فما عدد الطاولات التي يُمكِن لفاطمة استئجارها من كلا النوعين بأقل تكلفة مُمكِنة؟

# الوحدة 2: مبدأ العَدِّ والتباديل والتوافيق

**أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.**

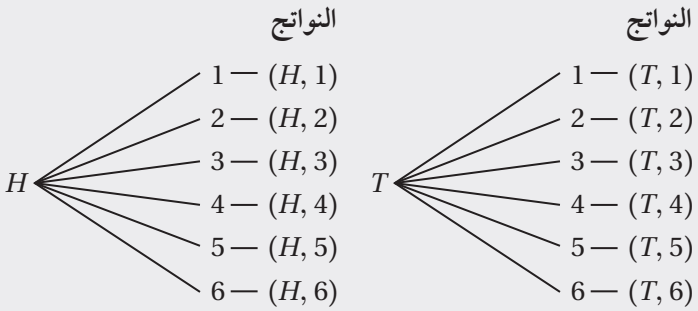
## • استعمال مخطط الشجرة لعَدِّ النواتج المُمكِنة في تجربة عشوائية (الدرس 1)




1 أستعمل مخطّط الشجرة لتحديد الفضاء العينيّ لتجربة تدوير مؤشّر القرص المجاور مرّتين عشوائيًّا.

2 أجد عدد النواتج المُمكِنة في تجربة رمي قطعتي نقود متمايزتين مرَّة واحدة، باستعمال مخطط الشجرة.

**مثال: أجد عدد النواتج المُمكِنة في تجربة رمي قطعة نقود وحجر نرد مرَّة واحدة، باستعمال مخطط الشجرة.**




إذن، عدد النواتج المُمكِنة هو 12 ناتجًا.

## • استعمال الجدول لعَدِّ النواتج المُمكِنة في تجربة عشوائية (الدرس 2)

**سُحبَت كرتان عشوائيًّا على التّوالي مع الإرجاع من كيس يحتوي ثلاث كرات متماثلة ألوانها: أحمر (R)، أزرق (B)، أخضر (G).**

| | R | B | G |
|---|---|---|---|
| R | R, R | R, B | R, G |
| B | | | |
| G | | | |

3 أكمل الجدول المجاور، ثمّ أحدّد الفضاء العينيّ للتجربة.

4 أجد عدد عناصر الفضاء العينيّ.

5 أجد عدد النواتج المُمكِنة في تجربة سحب كرتين عشوائيًّا، الواحدة تلو الأُخرى من دون إرجاع، من صندوق يحوي كرة حمراء، وكرة خضراء، وكرة سوداء، باستعمال الجدول.

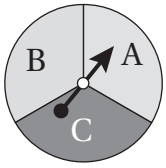
6 أجد عدد النواتج المُمكِنة في تجربة رمي قطعة نقود مرَّتين، باستعمال الجدول.

**مثال:** أجد عدد النواتج المُمكِنة في تجربة رمي حجري نرد متمايزين مرَّة واحدة، باستعمال الجدول.

| الحجر الأول / الحجر الثاني | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1, 1 | 2, 1 | 3, 1 | 4, 1 | 5, 1 | 6, 1 |
| 2 | 1, 2 | 2, 2 | 3, 2 | 4, 2 | 5, 2 | 6, 2 |
| 3 | 1, 3 | 2, 3 | 3, 3 | 4, 3 | 5, 3 | 6, 3 |
| 4 | 1, 4 | 2, 4 | 3, 4 | 4, 4 | 5, 4 | 6, 4 |
| 5 | 1, 5 | 2, 5 | 3, 5 | 4, 5 | 5, 5 | 6, 5 |
| 6 | 1, 6 | 2, 6 | 3, 6 | 4, 6 | 5, 6 | 6, 6 |

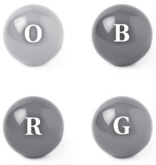
إذن، عدد النواتج المُمكِنة هو 36 ناتجًا.

## • استعمال مخطط الاحتمال لعد النواتج الممكنة في تجربة عشوائية (الدرس 1)




7 قرص دائري مقسَّم إلى 3 قطاعات متطابقة كتبت عليها الأحرف A, B, C كما في الشكل المجاور. أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة تدوير مؤشر القرص مرتين عشوائيًّا.

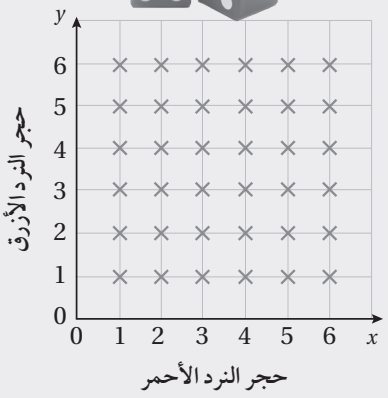
8 أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي قطعة نقد وحجر نرد مرة واحدة عشوائيًّا.




9 سُــحِبَت كرتان عشــوائيًّا على التوالي دون إرجاع من صندوق يحتوي الكرات الأربع المتماثلة المجاورة. أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني.

**مثال:** أستعمل مخطط الاحتمال لتحديد الفضاء العيني لتجربة رمي حجرَي مرة واحدة عشوائيًّا أحدهما لونه أحمر والآخَر لونه أزرق.

أرسم محورَين، وأسجل على أحدهما نواتج رمي حجر النرد الأحمر، وعلى المحور الآخَر نواتج رمي حجر النرد الأزرق، كما في الشــكل المجاور، حيث يمثل تقاطع خطوط مخطط الاحتمال الفضاء العيني للتجربة.




إذن، الفضاء العيني لهذه التجربة فيه 36 عنصرًا.

- **حل مسائل حياتية باستعمال مخطط الشجرة أو الجدول أو مخطط الاحتمال** (الدرس 1)

**وحدة تخزين:** **يرغب يوسف في شراء مشغّل (مقاطع صوتية)، ولديه 4 سعات مختلفة بالجيجابايت 2GB, 4GB, 8GB, 16GB، ويمكنه الاختيار من 5 ألوان مختلفة: الفضي، والأخضر، والأزرق، والزهري، والأسود:**

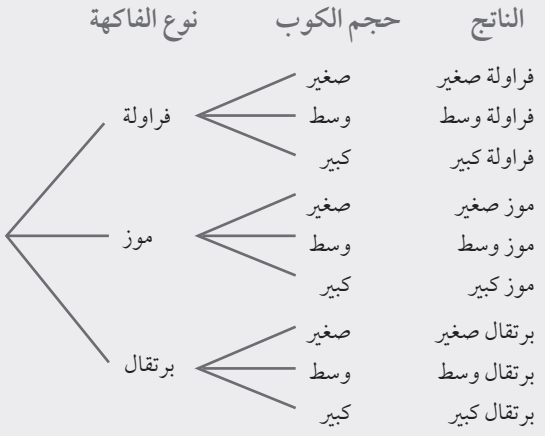
10 أستعمل الجدول لتحديد جميع البدائل الممكنة ليوسف عند اختيار المشغّل.

11 أجد عدد الخيارات الممكنة أمام يوسف.

12 **بوشار:** يرغب مهند في شراء بوشار يُباع في علب بثلاثة حجوم مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، وأمامه نكهتان مختلفتان: الملح، والزبدة، كم خيارًا مختلفًا أمام مهند لشراء البوشار؟

**مثال: عصير طبيعي: تريد عبير شراء عصير طبيعي من محل يبيع العصير في أكواب بثلاثة حجوم مختلفة: صغير، ووسط، وكبير، ولديه 3 أنواع مختلفة من الفاكهة: فراولة، وموز، وبرتقال. كم خيارًا مختلفًا أمام عبير لشراء العصير؟**

يمكنني استعمال الشجرة البيانية لتحديد عدد الخيارات الممكنة أمام عبير.




إذن، لدى عبير 9 بدائل مختلفة للعصير.

الدرسُ 1

# مبدأ العَدِّ الأساسي
# Fundamental Counting Principle

**أجد عدد الطرائق المُمكِنة لظهور شــخص بزي مُكوَّن من بنطال يتوافر منه 3 ألوان (أســود، وأزرق، وبني)، قميص يتوافر منه 3 ألوان (أبيض، وأخضر، ورمادي)، باستعمال:**

1. مخطط الشجرة.
2. الجدول.
3. القائمة المنظمة.
4. في محل لبيع القرطاســية 8 أنواع مختلفة من الأقلام، و6 أنواع مختلفة من الدفاتر المدرسية. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لاختيار قلم واحد ودفتر واحد.

**بكم طريقة يُمكِن اختيار نوعين من الحلويات من بين 7 أنواع مختلفة، ونوعين من المشروبات الساخنة من بين 5 أنواع مختلفة:**

5. إذا سُمِح بالتكرار؟
6. إذا لم يُسمَح بالتكرار؟
7. إذا سُمِح بتكرار أنواع الحلويات فقط؟

**أجد عدد الطرائق المُمكِنة لتكويــن رمز دخول للبريد الإلكتروني، يتألَّف من حرفين من حروف الإنجليزية (عددها 26 حرفًا) من دون الاهتمام بحجم الحرف، ورقمين من الأرقام:** $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$:

8. إذا سُمِح بالتكرار.
9. إذا لم يُسمَح بالتكرار.
10. إذا كان الحرف الأول $B$، ولا يُسمَح بالتكرار.
11. **جامعــات:** ترغب فاطمة في اختيار تخصُّص من بين 7 تخصُّصات جامعية، وكذلــك اختيار جامعة من بين 4 جامعات قريبة من منزلها. بكم طريقة يُمكِنها اختيار التخصُّص والجامعة؟

# الدرسُ 2

# مضروب العدد
# Factorial

**أجد ناتج كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:**

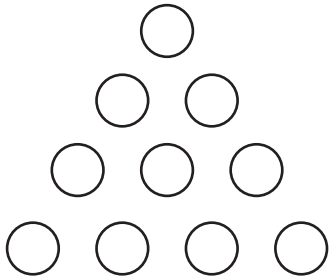
1. $7!$
2. $(6-2)!$
3. $(5!)(3!)$
4. $\frac{6!}{4!}$
5. $\frac{2!}{4!}$
6. $\frac{9!}{(7!)(2!)}$

7. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لجلوس 4 طلبة على 4 كراسي موضوعة في صف واحد.

**أجد عدد الطرائق المُمكِنة لترتيب حروف كل كلمة ممّا يأتي:**

8. FORMING
9. REARRANGE

**كوَّن أعضاء فريق للعروض الرياضية هرمًا بشـــريًّا بوقوف بعضهم على أكتاف بعض كما في الشكل المجاور:**



10. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الأربعة الواقفين في الصف السفلي فقط تبادل الأماكن في ما بينهم.

11. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الستة الواقفين في الصفوف العلوية الثلاثة فقط تبادل الأماكن في ما بينهم.

12. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها تكوين الهرم البشري إذا أمكن لأعضاء الفريق الأربعة الواقفين في الصف السفلي تبادل الأماكن في ما بينهم، وأمكن لأعضاء الفريق الستة الواقفين في الصفوف العلوية الثلاثة تبادل الأماكن في ما بينهم.

13. **سياحة:** أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها ترتيب زيارة إلى الأماكن الأثرية الآتية:

البترا، وادي رم، قلعة العقبة، قلعة الشوبك، قلعة الكرك.

# الدرس 3

# التباديل
# Permutations

**أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:**

1. ${}_{15}P_5$
2. $({}_8P_5)({}_7P_3)$

**أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي باستعمال الآلة الحاسبة:**

3. $\frac{{}_{17}P_9}{{}_{10}P_6}$
4. $\frac{{}_9P_8}{({}_8P_3)({}_3P_2)}$

5. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لاصطفاف 3 أشخاص في خط مستقيم.
6. بكم طريقة قد يكون لِـ 3 أصدقاء تواريخ ميلاد مختلفة بافتراض أنَّ في السنة 365 يومًا؟
7. بكم طريقة يُمكِن لسمير ترتيب 7 كتب مختلفة على رفٍّ في غرفته؟
8. كم عددًا من منزلتين يُمكِن تكوينه باستعمال الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5 بافتراض عدم السماح بالتكرار؟
9. بكم طريقة يُمكِن اختيار 3 سائقين عشوائيًّا من بين 10 سائقين، بحيث يتولّى الأول قيادة حافلة للطلاب، والثاني قيادة حافلة للطالبات، والثالث قيادة حافلة للموظفين في إحدى الجامعات؟
10. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها لأسيل ترتيب 6 أنواع مختلفة من العصير بعضها بجانب بعض في الرفِّ الذي في باب الثلّاجة.
11. بكم طريقة يُمكِن لرسّام اختيار 6 لوحات فنية عشوائيًّا من بين 10 لوحات مختلفة رسمها، ثم عرض بعضها بجانب بعض في صف واحد على حائط؟
12. بكم طريقة يُمكِن لمُدرِّب فريق كرة قدم اختيار 5 لاعبين عشوائيًّا من بين 11 لاعبًا؛ لتنفيذ ركلات الترجيح الخمس بعد انتهاء الشوطين الإضافيين من المباراة؟
13. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها اختيار طالب لفريق الكشّافة المدرسي، وآخر للجنة الخدمة الاجتماعية المدرسية من صف يحوي 22 طالبًا.

# الدرس 4

# التوافيق
# Combinations

**أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:**

1. ${}_9C_5$
2. $({}_{10}C_6)-({}_9C_7)$

**أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي باستعمال الآلة الحاسبة:**

3. $({}_{15}C_2)({}_8C_3)$
4. $\frac{{}_{12}C_3}{{}_{11}C_3}$

5. كم لجنة تضم 3 أشخاص يُمكِن تكوينها عشوائيًّا من بين 8 أشخاص؟

6. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لتكوين لجنة تضم 2 من المُعلِّمين و4 من الطلبة الذين اختيروا عشوائيًّا من بين 7 مُعلِّمين و9 طلبة.

7. كم مجموعة جزئية من رقمين يُمكِن تكوينها من الأرقام: 1, 2, 3, 4, 5؟

8. أجد عدد الطرائق التي يُمكِن بها لطبيب اختيار نوعين من الضمادات الطبية من بين 9 أنواع مختلفة متوافرة لديه.

**يراد اختيار 4 طلاب عشوائيًّا من صف فيه 22 طالبًا؛ للمشاركة في مسابقات تُنظِّمها المدرسة:**

9. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لاختيار هؤلاء الطلاب.

10. أجد عدد الطرائق المُمكِنة لاختيار هؤلاء الطلاب إذا كان الأول سيشارك في مسابقة الشِّعر، والثاني سيشارك في مسابقة الرياضيات، والثالث سيشارك في مسابقة الثقافة العامة، والرابع سيشارك في مسابقة مهارات الحاسوب.

11. ذهب سعيد إلى محل لبيع الملابس، فوجد فيه 9 ألوان مختلفة من القمصان، و8 ألوان مختلفة من البناطيل. أجد عدد الطرائق المختلفة التي يُمكِن بها لسعيد شراء 3 قمصان و4 بناطيل من هذا المحل.

12. أجد عدد الطرائق المختلفة التي يُمكِن بها اختيار كتابين من 5 كتب ثقافية و 3 كتب من 5 كتب تاريخية.

**أختبر معلوماتي قبل البدء بدراسة الوحدة، وفي حال عدم تأكُّدي من الإجابة أستعين بالمثال المعطى.**

- **حساب مضروب العدد** (الدرس 1)

**أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي في أبسط صورة:**

1) $\frac{5!}{3!}$

2) $\frac{9!}{3!\times 6!}$

**مثال:** أجد قيمة $\frac{12!}{4!\times 8!}$ في أبسط صورة.

تعريف مضروب العدد $\quad \frac{12!}{4!\times 8!} = \frac{12\times 11\times 10\times 9\times 8!}{4\times 3\times 2\times 8!}$

بالتبسيط $\quad = 495$

3) أحلّ المعادلة الآتية: $(n+1)! = 24$

**مثال:** أحلّ المعادلة الآتية: $(n-1)! - 20 = 700$

بإضافة 20 إلى طرفي المعادلة $\quad (n-1)! = 720$

بكتابة 720 في صورة مضروب العدد $\quad (n-1)! = 6!$

بحَلِّ المعادلة $\quad n-1 = 6$

بإضافة 1 إلى طرفي المعادلة $\quad n = 7$

- **استعمال المبدأ الأساسي للعَدِّ، والتباديل، والتوافيق** (الدرس 1)

4) بكم طريقة يُمكِن تكوين أعداد تحوي كلٌّ منها 3 منازل مختلفة باستعمال الأرقام: $1, 2, 3, 4, 5$؟

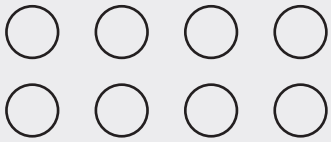
**مثال:** **بكم طريقة يُمكِن لأحمد أنْ يظهر بزيّ مختلف يتكوَّن من بنطال وقميص وربطة عنق إذا كان لديه في الخزانة ملابس ألوانها كما في الجدول المجاور؟**

| الزي | بنطال | قميص | ربطة عنق |
|---|---|---|---|
| الألوان المتوافرة | أسود، أزرق، رمادي. | أبيض، أزرق، أسود، أخضر، رمادي. | حمراء، سوداء. |

**أفتــرض أنَّ عدد طرائق اختيــار أحمد الزي هو $m$، وأنَّ عــدد طرائق اختياره البنطال هــو $n_1$، وأنَّ عدد طرائق اختياره القميص هو $n_2$، وأنَّ عدد طرائق اختياره ربطة العنق هو $n_3$:**

| | |
|---|---|
| مبدأ العَدِّ الأساسي | $m = n_1 \times n_2 \times n_3$ |
| بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب | $= 3 \times 5 \times 2 = 30$ |

5 بكم طريقة يُمكِن اختيار رئيس ونائب للرئيس، ثم اختيار عضوين من بين 10 مُعلِّمين للجنة مدرسية؟



**مثال: بكم طريقة يمكن لِـ 8 صديقات، بينهن سلوى وزبيدة، الجلوس على 8 مقاعد مرتّبة في صفين، كما في الشكل المجاور، إذا قرّرت سلوى وزبيدة الجلوس على المقاعد التي عند طرفي الصفين؟**

أفترض أنَّ العدد الكلي لطرائق جلوس الصديقات هو $m$:

| | |
|---|---|
| عدد طرائق جلوس سلوى | $n_1 = 4$ |
| عدد طرائق جلوس زبيدة | $n_2 = 3$ |
| عدد طرائق جلوس البقية (6 صديقات ترتيبهن مهم) | $n_3 = {}_6\mathrm{P}_6 = 6! = 720$ |
| مبدأ العَدِّ الأساسي | $m = n_1 \times n_2 \times n_3$ |
| بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب | $= 4 \times 3 \times 720 = 8640$ |

6 بكم طريقة يمكن اختيار كتابي تاريخ وكتابي علوم من رفٍّ عليه 6 كتب تاريخ مختلفة و6 كتب علوم مختلفة؟

**مثال: بكم طريقة يُمكِن تكوين لجنة فيها 3 من الذكور و2 من الإناث من بين 7 موظفين و7 موظفات؟**

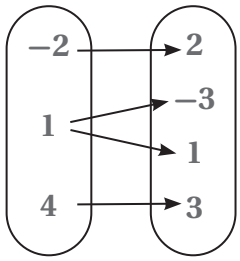
**أفترض أنَّ العدد الكلي لطرائق تكوين اللجنة هو $m$:**

| | |
|---|---|
| عدد طرائق اختيار 3 من 7 ذكور | $n_1 = {}_7C_3 = 35$ |
| عدد طرائق اختيار 2 من 7 إناث | $n_2 = {}_7C_2 = 21$ |
| مبدأ العَدِّ الأساسي | $m = n_1 \times n_2$ |
| بالتعويض، وإيجاد ناتج الضرب | $= 35 \times 21 = 735$ |

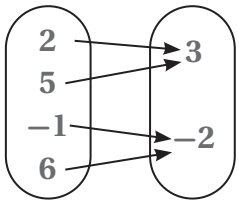
## العلاقة والاقتران (الدرس 2)

**أحدّد مجال كل علاقة مما يأتي ومداها، ثم أحدّد ما إذا كانت اقترانًا أم لا:**

7




8




9

| $x$ | 4 | 2 | −3 | 4 | −4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 0 | −1 | 0 | −1 | 0 |

10

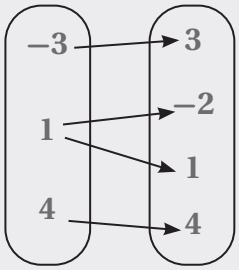
| $x$ | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | −3 | −3 | −3 | −3 | −3 |

11 $\{(-2, 5), (-1, 2), (0, 4), (1, -9)\}$

12 $\{(4, 2), (1, 1), (0, 0), (1, -1), (4, -2)\}$

**مثال:** **أحدّد مجال كل علاقة مما يأتي ومداها، ثمّ أحدّد ما إذا كانت تمثل اقترانًا أم لا:**

**a)**




**المجال:** $\{-3, 1, 4\}$ **المدى:** $\{3, -2, 1, 4\}$

ألاحظ ارتباط العنصر 1 في المجال بالعنصرين 2− و1 في المدى.

إذن: لا تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

**b)**

| $x$ | 5 | 3 | 2 | 0 | −4 | −6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 1 | 3 | 1 | 3 | −2 | 2 |

**المجال:** $\{5, 3, 2, 0, -4, -6\}$ **المدى:** $\{1, 3, -2, 2\}$

ألاحظ ارتباط كل عنصر في المجال بعنصر واحد في المدى، إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

**c)** $\{(0, 1), (2, 4), (3, 7), (5, 4)\}$

**المجال:** $\{0, 2, 3, 5\}$ **المدى:** $\{1, 4, 7\}$

ألاحظ ارتباط كل عنصر في المجال بعنصر واحد في المدى، إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

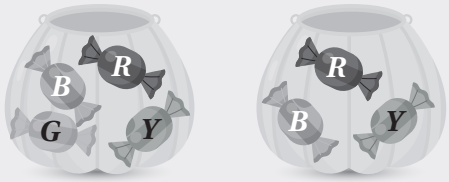
## • تحديد عناصر الفضاء العيني في تجربة عشوائية لحساب احتمالات الحوادث (الدرس 3)

**في تجربة رمي حجري متمايزين نرد مرةً واحدةً عشوائيًّا وإيجاد ناتج جمع الرقمين الظاهرين، أجد احتمال أن يكون مجموع الرقمين الظاهرين:**

13 يساوي 4
14 يساوي 7
15 أقل من 4
16 عددًا زوجيًّا.
17 من مضاعفات العدد 3
18 مربعًا كاملًا.
19 أقل من 8
20 أقل من أو يساوي 8

**مثال: سحبت غدير قطعة حلوى عشوائيًّا من كل كيس من الكيسين المجاورين، أستعمل جدولًا لأجد:**

الكيسُ $B$ الكيسُ $A$




**a) احتمال سحب قطعتَي حلوى من اللّون نفسه.**

أمثل الفضاء العينيّ للتجربة باستعمال جدول. ألاحظ أن عدد عناصر الفضاء العيني 12

| الكيسُ $A$ \ الكيسُ $B$ | $R$ | $B$ | $Y$ |
|---|---|---|---|
| $R$ | $R, R$ | $R, B$ | $R, Y$ |
| $Y$ | $Y, R$ | $Y, B$ | $Y, Y$ |
| $B$ | $B, R$ | $B, B$ | $B, Y$ |
| $G$ | $G, R$ | $G, B$ | $G, Y$ |

أفترض أنّ الحادث $A$ هو سحب قطعتَي حلوى لهما اللون نفسه، إذن عدد عناصر هذا الحادث 3؛ لذا فإنّ احتمال الحادث $A$ يساوي:

$$P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

**b) احتمال سحب قطعتَي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.**

| الكيسُ $A$ \ الكيسُ $B$ | $R$ | $B$ | $Y$ |
|---|---|---|---|
| $R$ | $R, R$ | $R, B$ | $R, Y$ |
| $Y$ | $Y, R$ | $Y, B$ | $Y, Y$ |
| $B$ | $B, R$ | $B, B$ | $B, Y$ |
| $G$ | $G, R$ | $G, B$ | $G, Y$ |

أفترض أنّ الحادث يمثل سحب قطعتَي حلوى ليست أيّ منهما زرقاء أو خضراء.

ألاحظ من الجدول أنّه توجد 4 نواتج لا تحتوي قطعة حلوى زرقاء أو خضراء؛ لذا فإنّ احتمال الحادث $B$ يساوي:

$$P(B) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

## • حساب احتمالات حوادث مستقلة وحوادث غير مستقلة في تجربة عشوائية (الدرس 3)

**يحتوي كيس على 6 قطع حلوى حمراء (R)، و8 قطع حلوى خضراء (G)، جميعها متماثلة. اختار طفل من الكيس قطعة حلوى عشوائيًّا وأكلها، ثم اختار قطعة أخرى عشوائيًّا ليأكلها.**

**أجد احتمال كل من الحادثين الآتيين باستعمال الشجرة الاحتمالية:**

21 اختيار الطفل قطعتَي حلوى متماثلتَي اللون.

22 اختيار الطفل قطعتَي حلوى مختلفتَي اللون.

**أقلام حبر: في علبة قلما حبر أحمر، وثلاثة أقلام حبر أزرق، جميعها متماثلة. اختار سالم منها قلمين عشوائيًّا على التوالي من دون إرجاع. أجد احتمال كل من الحوادث الآتية باستعمال الشجرة الاحتمالية:**

23 اختيار قلمي حبر أحمر.

24 اختيار قلمي حبر أزرق.

25 اختيار قلم حبر من كل لون.

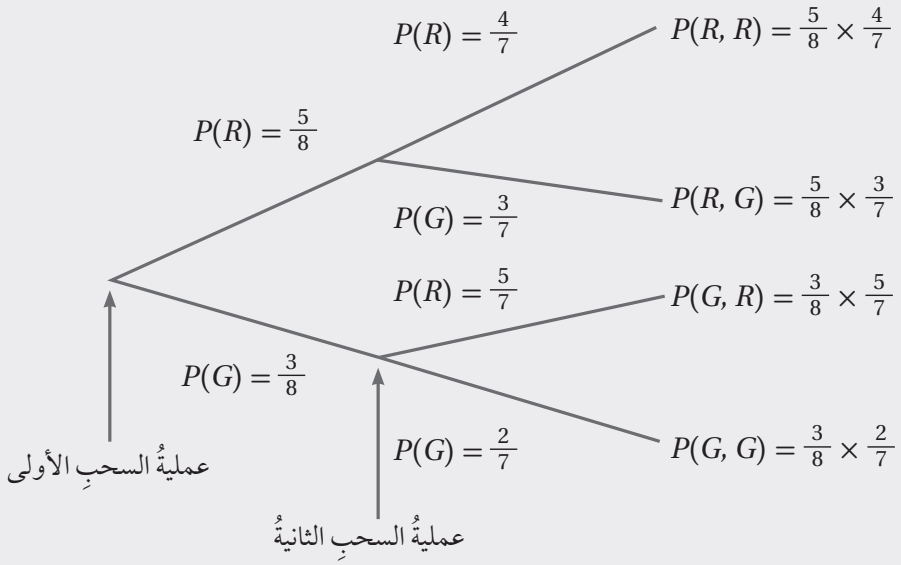
**أرصاد جوية: أفادت مذيعة النشرة الجوية أن احتمال تساقط الثلوج يوم الإثنين هو 25%، وأنه يرتفع إلى 90% يوم الثلاثاء، أستعمل التمثيل بالشجرة الاحتمالية لإيجاد احتمال:**

26 تساقط الثلوج يوم الثلاثاء، وعدم تساقطها يوم الإثنين.

27 عدم تساقط الثلوج في كلا اليومين.

**مثال: يحتوي كيس على 5 كرات حمراء ($R$)، و3 كرات خضراء ($G$)، جميعها متماثلة. سُحبت كرة من الكيس عشوائيًّا، ثمّ كُتِب لونها من دون إرجاعها إلى الكيس، ثم سُحِبت كرة أخرى عشوائيًّا، ثمّ كُتِب لونها. أجد احتمال كل من الحوادث الآتية باستعمال الشجرة الاحتمالية:**

ألاحظ من التمثيل بالشجرة الاحتمالية الآتي كيف تتأثر عملية السحب الثانية بنتيجة عملية السحب الأولى عند عدم إرجاع الكرة المسحوبة:




**a) سحب كرتين خضراوين.**

بعد عملية السحب الأولى يقل عدد الكرات في الكيس بمقدار كرة خضراء

$$P(G \cap G) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$$

**b) سحب كرة خضراء في المرّة الأولى وكرة حمراء في المرة الثانية.**

يمكن الحصول على هذه النتيجة في حالة واحدة فقط من الحالات الأربع التي تظهر في الشجرة الاحتمالية

$$P(G \cap R) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$$

**c) سحب كرتين، إحداهما خضراء، والأخرى حمراء.**

يمكن الحصول على هذه النتيجة في حالتين، هما: الكرة الأولى حمراء، والثانية خضراء، أو الكرة الأولى خضراء، والثانية حمراء

$$P(R \cap G) + P(G \cap R) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$$

الدرسُ 1

# الاحتمال بالتباديل والتوافيق
# Probability with Permutations and Combinations

1. رُتِّبت 4 بطاقات مُتماثِلة عشوائيًّا في صف واحد، وحملت كلٌّ منها أحد الأرقام من 1 إلى 4. ما احتمال أنْ يظهر الرقمان 2 و4 متجاورين؟

2. يتكوَّن مجلس الطلبة في إحدى المدارس من 5 أعضاء، بينهم خليل ومجدي. ما احتمال اختيار خليل رئيسًا للمجلس، واختيار مجدي مُقرِّرًا له إذا كانت عملية الاختيار عشوائية؟

3. صندوق فيه كرات مُتماثِلة، كلٌّ منها تحمل أحد الأرقام من 1 إلى 9، إذا اختيرت عشوائيًّا 3 كرات دفعة واحدة، فما احتمال أنْ تحمل الكرات المختارة أعدادًا فرديةً؟

**يعمل في شركة 6 موظفين و6 موظفات، ويريد مدير الشركة تكوين فريق يضم 4 منهم عشوائيًّا؛ لحضور ندوة عن تسويق المُنتَجات. أجد احتمال اختيار المدير:**

4. فريقًا يضم 2 من الموظفين و2 من الموظفات.

5. الموظفة مريم رئيسًا للفريق، والموظفة لبنى نائبًا للرئيس، وبقية الفريق من الذكور.

6. فريقًا ليس فيه إناث.

7. فريقًا يضم 3 موظفات على الأقل.

**في كيسٍ 10 حبّات حلوى مُغلَّفة بورق أزرق، و10 أُخرى مُغلَّفة بورق أحمر. اختارت هدى 5 حبّات عشوائيًّا من الكيس معًا، أجد احتمال كلٍّ ممّا يأتي:**

8. اختيار هدى حبَّتين مُغلَّفتين بورق أزرق، و 3 حبّات مُغلَّفة بورق أحمر.

9. عدم اختيار هدى أيَّ حبَّة حلوى مُغلَّفة بورق أحمر.

10. اختيار هدى 4 حبّات على الأقل مُغلَّفة بورق أحمر.

الدرس
2

# المتغير العشوائي
# Random Variable

1. في تجربة لاختيار عائلة لديها طفلان عشوائيًّا، وتسجيلهما بحسب الجنس وتسلسل الولادة، إذا دلَّ المتغير العشوائي $X$ على عدد الذكور، فأجد مجموعة قِيَم $X$.

   (**إرشاد:** أستعمل حرف $B$ للذكور، وحرف $G$ للإناث).

2. في تجربة إلقاء 4 قطع نقد معدنية متمايزة عشوائيًّا، إذا دلَّ المتغير العشوائي $X$ على عدد مرّات ظهور الكتابة، فأجد مجموعة قِيَم $X$. (**إرشاد:** أستعمل حرف $H$ للصورة، وحرف $T$ للكتابة).

3. في تجربة سحب بطاقتين عشوائيًّا على التوالي من دون إرجاع من صندوق يحوي 4 بطاقات مُتماثِلة، كلٌّ منها مُرقَّمة برقم من 1 إلى 4، إذا دلَّ المتغير العشوائي $X$ على مجموع العددين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين، فأجد الحادث الذي ترتبط جميع عناصره بالقيمة $X = 4$.

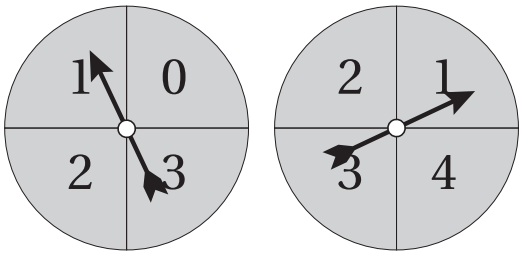
4. في تجربة سحب بطاقتين عشوائيًّا على التوالي مع الإرجاع من صندوق يحوي 4 بطاقات مُتماثِلة، كلٌّ منها مُرقَّمة برقم من 1 إلى 4، إذا دلَّ المتغير العشوائي $X$ على مجموع العددين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين، فأجد الحادث الذي ترتبط جميع عناصره بالقيمة $X = 4$.

**إذا دُوِّر مؤشّرا القرصين عشوائيًّا في الشكل المجاور، وتوقَّف كل مُؤشِّر عند أحد الأعداد، فأجد مجموعة قِيَم المتغير العشوائي $X$ إذا دلَّ على:**

5. مجموع العددين.
6. القيمة المطلقة للفرق بين العددين.
7. ناتج ضرب العددين.

# احتمال المتغير العشوائي
# Probability of a Random Variable






**إذا دُوِّر مؤشّرا القرصين عشــوائيًّا في الشكل المجاور، وتوقَّف كل مُؤشِّــر عند أحد الأعداد، ودلَّ المتغير العشــوائي $X$ على مجموع العددين، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:**

1. التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.
2. التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني.

**إذا دُوِّر المؤشّران السابقان عشوائيًّا، ودلَّ المتغير العشوائي $X$ على حاصل ضرب العددين، فأجد كلًّا ممّا يأتي:**

3. التوزيع الاحتمالي في صورة جدول.
4. التوزيع الاحتمالي في صورة تمثيل بياني.

**في تجربة عشوائية، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $X$ كما في الجدول المجاور:**

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | $a$ | 0.2 | $a$ | 0.1 |

5. أجد قيمة $a$.
6. أجد $P(x = 3)$.
7. أجد $P(2 \leq x < 4)$.
8. أجد $P(1 \leq x < 2)$.

**في تجربة عشوائية، كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $X$ مُعرَّفًا على النحو الآتي:**

$$\{(0, k), (1, 2k), (2, 2k)\}$$

9. أجد قيمة $k$.
10. أُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي.
11. أجد $P(x \leq 1)$.

12. في تجربة ســحب كرتين عشــوائيًّا على التوالي من دون إرجاع من صندوق يحوي 4 كرات حمراء، و5 كرات خضراء، جميعها مُتماثِلة، إذا دلَّ المتغير العشــوائي $X$ على عدد الكرات الحمراء في الســحبة، فأُنشِئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $X$.

الدرس 4

# توقُّع المتغير العشوائي
# Expected Value of a Random Variable

**يُبيِّن الجدول الآتي جزءًا من التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $X$؛ لأنَّ فيه قيمة مفقودة:**

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | 0.3 | ? | 0.4 | 0.05 |

**1** أجد القيمة المفقودة في الجدول.

**2** أجد التوقُّع $E(x)$.

**3** يُبيِّن الجدول التالي نتائج مسح شـــمل 100 طالب من طلبة إحدى الجامعات لمعرفة عدد المواد التي سجَّلها الطلبة في فصل دراسي مُعيَّن. بافتراض أنَّ المتغير العشوائي $X$ يُمثِّل عدد المواد المُسجَّلة، أجد التوقُّع $E(x)$.

| عدد المواد ($x$) | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| عدد الطلبة ($f$) | 36 | 44 | 15 | 5 |

**4** إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشـــوائي $X$ كما في الجدول التالي، وكان التوقُّع $E(x) = 2.2$، فأجد قيمة كلٍّ من: $P(x = 1), P(x = 3)$.

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | $a$ | 0.25 | $b$ | 0.25 |

**5** إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي $X$ كما في الجدول التالي، فأجد التوقُّع $E(x)$، والتباين $\sigma^2$.

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|
| $P(x)$ | 0.15 | 0.45 | 0.25 | 0.15 |